

# Quadraturmodulation: Sinus und Kosinus

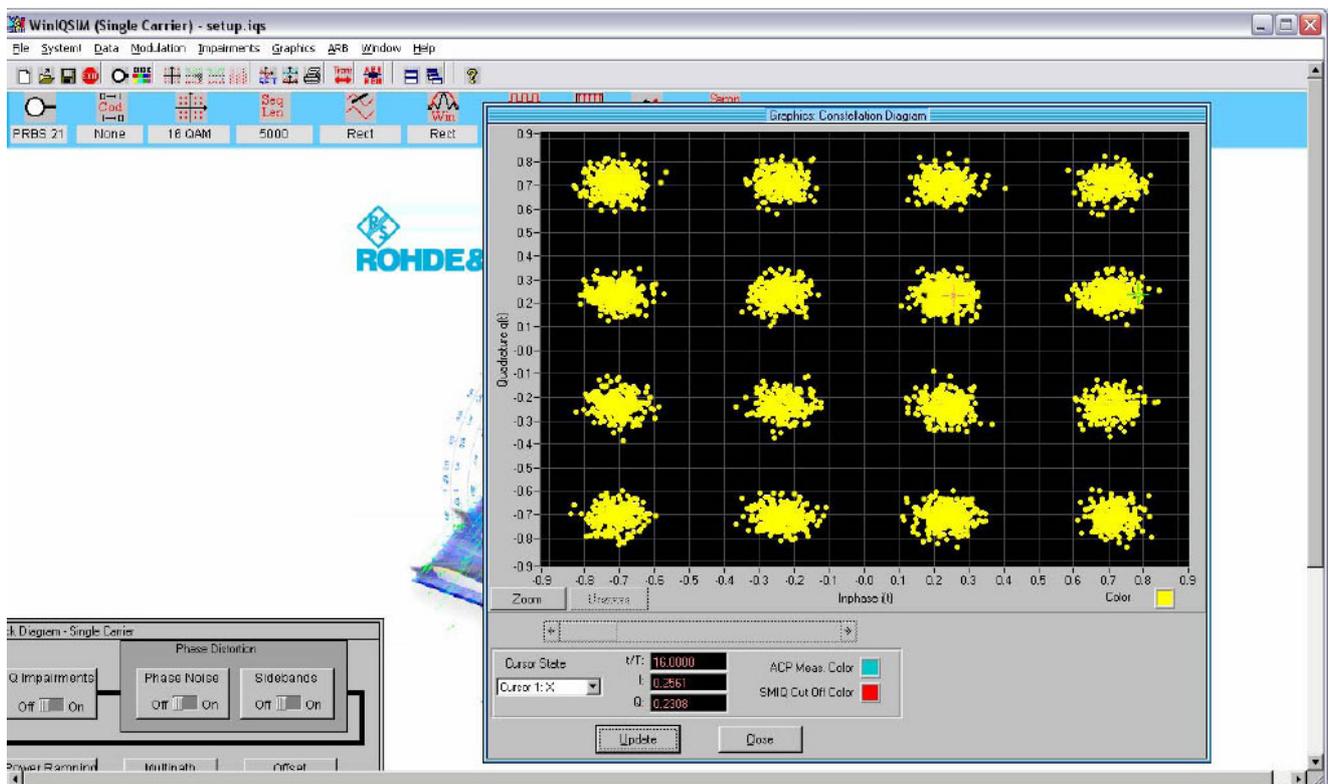
Von Paul Goossens

Wenn es um das Erzeugen und Verarbeiten hochfrequenter Signale geht, gewinnen so genannte Quadratursignale zunehmend an Bedeutung. Sie haben nebenbei den Vorteil, dass auch ältere Modulationsverfahren wie AM und FM unkompliziert angewendet werden können. Bestimmte gravierende Unzulänglichkeiten auf der Empfängerseite werden eliminiert, insbesondere betrifft dies die Unterdrückung von Spiegelfrequenz-Signalen. Ferner können QAM-Signale im Vergleich zu AM-Signalen die doppelte Informationsmenge bei identischer Bandbreite transportieren. Diese Eigenschaft kommt der Bewältigung der wachsenden drahtlos zu übertragenden Informationsmengen entgegen.

## Quadraturdemodulation

In Bild 1 sind die Funktionen eines Quadraturdemodulators blockschematisch skizziert. Das seinem Eingang zugeführte HF-Signal besteht aus einer Sinus- und einer Kosinus-Komponente. Das Signal wird im ersten Mischer mit einem im Empfänger erzeugten Kosinus-Signal gemischt (LO = Local Oscillator). Am Ausgang erscheint ein aus zwei Komponenten bestehendes Signal. Die erste Komponente ist ein Kosinus-Signal, dessen Frequenz ( $\omega_l/2\pi$ ) gleich der Differenz der Frequenzen ist, die das Eingangssignal und das LO-Signal haben. Die zweite Komponente ist ebenfalls ein Kosinus-Signal, seine Frequenz ( $\omega_H/2\pi$ ) ist die Summe der Frequenzen des Eingangssignals und des LO-Signals. Ein Filter unterdrückt die zweite Komponente, so dass allein die erste Komponente übrig bleibt. Für den Mischer gilt die Regel, dass die Frequenzen der Ausgangssignal-Komponenten gleich der Summe und der Differenz der Eingangssignal-Frequenzen sind.

Der untere Signalweg ist bis auf einen wesentlichen Unterschied identisch: Diesmal ist das LO-Signal ein Sinus-Signal. Auch hier erscheint am Mischer-Ausgang ein Kosinus-Signal mit der Frequenz  $\omega_H/2\pi$ , das andere Signal ist jedoch ein Sinus-Signal mit der Frequenz  $\omega_l/2\pi$ . Nach dem Filtern ist nur noch das Sinus-Signal vorhanden.



## AM-Demodulation

Das Funktionsschema in Bild 1 soll zusammen mit einem AM-Signal näher betrachtet werden. Wenn zum Beispiel ein Mittelwellen-Sender auf 700 kHz arbeitet, ist  $\omega = 2\pi \cdot 700 \text{ kHz} \approx 4400 \text{ rad/s}$ . Das Sender-Signal ist dann  $HF = a(t) \cdot \cos(4400 \cdot t)$ , wobei  $a(t)$  das zu übertragende Signal ist. Der Local Oscillator (LO) schwingt ebenfalls exakt und phasengleich auf dieser Frequenz, so dass  $\omega_L = 0$  ist. In diesem Fall bleibt hinter dem Filter das Signal  $a(t) \cdot \cos(0)$  übrig. Da  $\cos(0) = 1$  ist (im Zweifelsfall gibt der Taschenrechner Auskunft), ist das resultierende Signal  $I(t)$  gleich dem vom Sender übertragenen Signal  $a(t)$ !

Für den unteren Signalweg gilt wieder ein identischer Zusammenhang, hier mit dem wichtigen Unterschied, dass  $Q(t) = a(t) \cdot \sin(0)$  ist. Wie der Taschenrechner beweist, ist  $\sin(0) = 0$ , und damit ist auch das resultierende Signal  $Q(t) = 0$ . Das bedeutet, dass dieses Signal keine Information enthält.

In dem Fall, dass die Phase des AM-Senders um  $90^\circ$  nachläuft, kann das Sender-Signal beschrieben werden durch  $HF = a(t) \cdot \cos((4400 - t) - 0,5\pi)$ , oder auch  $HF = a(t) \cdot \sin(4400 \cdot t)$ . In diesem Fall ist  $I = a(t) \cdot \sin(0)$ , so dass stets  $I = 0$  ist. Dagegen ist das Signal  $Q(t) = a(t) \cdot \cos(0) = a(t)$ .

Anmerkung am Rand: Ein wesentlicher Vorteil der Quadraturmodulation ist die Eigenschaft, dass auch negative Signale übertragen werden können. Bei AM enthält allein die Amplitude des hochfrequenten Signals die zu übertragende Information. Im Gegensatz dazu liefert QAM bei negativen Sender-Signalen auf der Empfängerseite ebenfalls negative Signale  $I(t)$  und  $Q(t)$ . Der Dynamik-Bereich des Senders wird verdoppelt!

### **Zwei auf einmal**

Nach den vorangegangenen Überlegungen bedarf die Frage einer Beantwortung, ob zwei AM-Stationen auf gleicher Frequenz arbeiten können, ohne sich gegenseitig zu stören. Bei Anwendung der Quadraturmodulation ist dies tatsächlich möglich! Hierzu ein praktisches Beispiel:

Angenommen, nach einer Fusion werden die Programme "Rock Radio" und "Jazz Club" vom gleichen Betreiber veranstaltet. Zukünftig sollen die Signale  $rock(t)$  und  $jazz(t)$  gleichzeitig auf einer gemeinsamen Frequenz übertragen werden. Dadurch werden Kosten gespart, denn nun muss für zwei Programme nur noch ein HF-Sender unterhalten werden. Realisieren lässt sich das Vorhaben, indem das Signal  $rock(t)$  mit einem Kosinus-Signal moduliert wird, während ein Sinus-Signal das Signal  $jazz(t)$  moduliert. Das resultierende HF-Signal lässt sich durch  $HF = rock(t) \cdot \cos(4400 \cdot t) + jazz(t) \cdot \sin(4400 \cdot t)$  beschreiben.

Weiter soll vorausgesetzt werden, dass der Empfänger exakt auf die Senderfrequenz abgestimmt ist. Auf dem gleichen Weg wie oben erhält man auf der Empfängerseite die resultierenden Signale  $I(t) = rock(t) \cdot 1 + jazz(t) \cdot 0$  sowie  $Q(t) = rock(t) \cdot 0 + jazz(t) \cdot 1$ . Daraus folgt, dass das Signal  $I(t)$  zum Audio-Verstärker durchgeschaltet werden muss, wenn das Programm "Rock-Radio" empfangen werden soll. Dagegen ist der "Jazz Club" hörbar, wenn dem Audio-Verstärker das Signal  $Q(t)$  zugeführt wird.

Leider haben vorstehende Überlegungen zunächst nur theoretischen Wert, denn an üblichen Mittelwellen-Empfängern sind I/Q-Umschalter nicht vorhanden. Falls ein solcher Umschalter vorhanden wäre, müssten die Frequenz und die Phase des vom Local Oscillator (LO) erzeugten Signals absolut konstant sein. Wenn die LO-Frequenz um nur 0,25 Hz von der Senderfrequenz abweicht, läuft die Phase nach einer Sekunde um  $90^\circ$  voraus. Die Folge ist, wie schon am ersten Beispiel gezeigt, dass der Empfang unvermittelt von "Rock Radio" nach "Jazz Club" wechselt. Nach einer weiteren Sekunde (Phasenverschiebung  $180^\circ$ ) ist wieder "Rock Radio" zu hören. Schlussfolgerung dieser Überlegung: Die Programme können nur ungestört empfangen werden, wenn der Local Oscillator (LO) mit dem Sender frequenz- und phasenstarr gekoppelt ist.

### **Einheitskreis**

Vor den nächsten Schritten zunächst ein kurzer Blick auf ein Kapitel der Trigonometrie: Die Winkelfunktion Kosinus kann in einem Einheitskreis mit dem Durchmesser 1 dargestellt werden, dessen Mittelpunkt im Ursprung eines xy-Koordinatensystems liegt (**Bild 2**). Ein Vektor mit der Länge 1 zeigt zur Zeit  $t = 0$  horizontal nach rechts in Richtung der positiven x-Achse. Der Vektor wird mit konstanter Winkelgeschwindigkeit entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht. Die Projektion des Vektors auf die x-Achse ist der Kosinus des Winkels, den der Vektor mit der x-Achse bildet. Wenn der Vektor zur Zeit  $t = 0$  vertikal nach unten in Richtung der negativen y-Achse zeigt, ist die Projektion des Vektors auf die x-Achse gleich dem Sinus des Winkels, den der Vektor mit der negativen y-Achse bildet. Sinus-Signale sind daher als Vektoren beschreibbar, die zur Zeit  $t = 0$  in Richtung der negativen y-Achse zeigen, und Kosinus-Signale sind beschreibbar als Vektoren, die zur Zeit  $t = 0$  in Richtung der positiven x-Achse zeigen.

### **QPSK**

Auch digitale Signale sind mit AM übertragbar. Zum Beispiel kann das Signal  $HF = 1 \cdot \cos(4400 \cdot t)$  als logisch „1“ definiert werden, während das Signal  $HF = -1 \cdot \cos(4400 \cdot t)$  logisch „0“ repräsentiert. Der Empfänger kann das Signal  $I(t)$  auswerten, um die digitale Information zurück zu gewinnen. Wenn auf identische Weise auch das Signal  $Q(t)$  zum Informationstransport herangezogen wird, ist gleichzeitig ein zweites Bit übertragbar. Daraus folgt, dass bei vorgegebener Bandbreite die Übertragungskapazität verdoppelt wird. Auf der Empfängerseite ist das zweite Bit im Signal  $Q(t)$  enthalten.

Ein HF-Signal, beschrieben durch  $HF = 1 \cdot \cos(4400 \cdot t) + 1 \cdot \sin(4400 \cdot t)$ , kann man sich als einen Vektor vorstellen, dessen Spitze die Koordinaten  $x = 1$  und  $y = -1$  hat. Ein Vektor mit der Spitze bei  $x = 1$  und  $y = 1$  zur Zeit  $t = 0$  ist mit dem Signal  $HF = 1 \cdot \cos(4400 \cdot t) + (-1) \cdot \sin(4400 \cdot t)$  identisch. Da vier Phasenlagen zur Zeit  $t = 0$  signifikante Bedeutung haben, wird das Verfahren „Quad Phase Shift Keying“ (QPSK) genannt. Das Signal, das mit dem Kosinus-Signal moduliert wird, heißt „Inphase-Signal“, während das zweite Signal als „Quadratursignal“ bezeichnet wird.

### **QAM**

Noch größere Informationsmengen bei gleicher Bandbreite können mit QAM16 übertragen werden. Bei diesem Verfahren werden beide Signale (Kosinus und Sinus) mit den vier Werten -1,5, -0,5, 0,5 und 1,5 moduliert. Die x-Komponente (Kosinus) des Vektors bei  $t = 0$  kann vier Werte annehmen, und für die y-Komponente (Sinus) gilt ebenfalls, dass vier Werte möglich sind. Insgesamt existieren  $4 \cdot 4 = 16$  Zustände, so dass vier Bit gleichzeitig übertragen werden können. Aktuell wird QAM256 beispielsweise in drahtlosen Netzwerken angewendet. Hierbei werden beide Signale mit 16 Werten moduliert. Damit wird erreicht, dass acht Bit gleichzeitig übertragen werden können.

### **Rauschen**

Im meistens volldigital arbeitenden Empfänger wird bei jeder Bitgruppe festgestellt, mit welchem Vektor das HF-Signal moduliert ist. Da kein Übertragungsweg frei von Rauschen ist, kann die Zuverlässigkeit, mit der dies geschieht, nicht unendlich hoch sein. Wenn die Software die Werte nicht mehr eindeutig zuordnen kann, geht die im Signal enthaltene Information verloren. Aus diesem Grund schalten drahtlose Netzwerke manchmal vom QAM256 auf QAM16 zurück, denn bei QAM16 tritt weniger Rauschen auf. Allerdings muss diese Rauschreduktion durch die Halbierung der Übertragungsgeschwindigkeit erkauft werden.

Eine Reihe unterschiedlicher digitaler Modulationsverfahren sind mit dem Programm „WinIQsim“ simulierbar, das von der Website von Rohde & Schwarz kostenfrei heruntergeladen werden kann. Das Programm simuliert Modulationsverfahren und Filter- Ergebnisse auf dem Computer.

(070153)

Weblink:

[www.rohde-schwarz.de](http://www.rohde-schwarz.de)